Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Galaţi

Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a IX-a
Galaţi , 01 noiembrie 2008

Clasa aX -a

Problema 1.

Fie ABC un triunghi si punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$, $U \in (AB)$, $V \in (AC)$ cu $\frac{BU}{UA} = \frac{2}{3}, \frac{CV}{VA} = \frac{1}{3}, \frac{BM}{MC} = \frac{3}{5}$. Dreptele AM , BN, CP si UP sunt concurente în punctul L.

a) Să se calculeze rapoartele $\frac{UL}{LV}, \frac{S_1}{S}$ unde S_1 este aria triunghiului LPN , iar S este aria triunghiului ABC.

b) Să se exprime vectorul $\overrightarrow{CP}$ in functie de vectorii $\overrightarrow{AB}$ si $\overrightarrow{AC}$.

Vasile Popa, profesor ,Galati

Problema 2.

Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ un sir strict descrescător de numere pozitive cu proprietatea:

$$\frac{x_1}{1} + \frac{x_4}{2} + \frac{x_9}{3} + \ldots + \frac{x_{n^2}}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Să se demonstreze că:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{k} < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

($(x_n)_{n\geq 1}$ este un sir strict descrescător când $x_n > x_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$)

Prelucrare Constantin Ursu, profesor, Galati

Problema 3.

Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ considerăm numerele $x_k = \frac{k^2 - k + 2}{2}$ si y_k restul impartirii lu x_k la n , $k \in \{1, 2, ..., n\}$.

Să se determine numerele naturale n, $n \in \mathbb{N}^*$ cu proprietatea că multimea y_k cu proprietatea că $\{y_k \mid 1 \leq k \leq n\} = \{0, 1, 2, ..., n-1\}$.

Vasile Popa,profesor,Galati

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 3 ore